

## § Γ. Ομαδική κωδικοποίηση

Όνομα προβλήματος	Κωδικοποίηση ομάδας
Χρονικό όριο	4 δευτερόλεπτα
Όριο μνήμης	1 gigabyte

Η εταιρεία Eindhoven Gigantic Open-Source Institute (EGOI) είναι πολύ ιεραρχικά δομημένη. Εκτός από τη διευθύνουσα σύμβουλο Anneke, κάθε ένας από τους άλλους  $N - 1$  υπαλλήλους της εταιρείας έχει ένα μοναδικό αφεντικό στο οποίο δίνει αναφορά, και δεν υπάρχουν κύκλοι στην ιεραρχία. Μπορείτε να φανταστείτε την ιεραρχία της εταιρείας ως ένα δέντρο με ρίζα την κορυφή που αντιστοιχεί στην Anneke. Καθώς πρόκειται για μια ποικιλόμορφη εταιρεία, οι εργαζόμενοι κωδικοποιούν σε  $K$  διαφορετικές γλώσσες προγραμματισμού, αλλά κάθε εργαζόμενος έχει ακριβώς μία αγαπημένη γλώσσα προγραμματισμού στην οποία προτιμά να κωδικοποιεί.

Η Anneke έχει ένα μεγάλο νέο έργο για μια ομάδα στην εταιρεία της. Θέλει να βάλει όσο το δυνατόν περισσότερους πόρους σε αυτό το έργο. Για να αποφασίσει την ομάδα που θα εργαστεί σε αυτό, κάνει τα εξής:

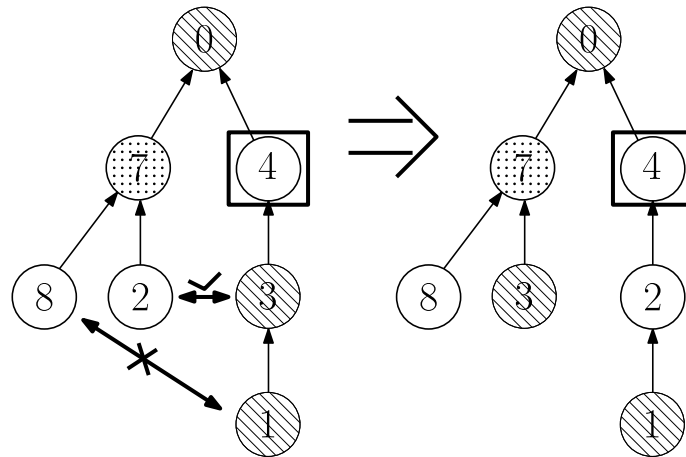
1. Επιλέγει ένα άτομο που θα ηγηθεί της ομάδας. Αυτό θα καθορίσει επίσης τη γλώσσα προγραμματισμού στην οποία θα κωδικοποιηθεί το έργο. Κάθε εργαζόμενος που βρίσκεται στο υποδέντρο κάτω από τον επικεφαλής της ομάδας και προτιμά την ίδια γλώσσα προγραμματισμού θα εργαστεί πάνω στο πρόβλημα.
2. Αυξάνει τον αριθμό των υπαλλήλων που εργάζονται στο έργο εναλλάσσοντας τους υπαλλήλους που προτιμούν την ίδια γλώσσα προγραμματισμού με τον επικεφαλής της ομάδας.

Για να μεγιστοποιήσει τον αριθμό των εργαζομένων που εργάζονται στο έργο, μπορεί να εκτελέσει την ακόλουθη πράξη εναλλαγής οσοσδήποτε φορές:

1. Επιλέγει δύο υπαλλήλους:
  - Έναν υπάλληλο που βρίσκεται τώρα στο υποδέντρο του επικεφαλής της ομάδας και δεν προτιμά την ίδια γλώσσα προγραμματισμού με τον επικεφαλής της ομάδας.
  - Έναν υπάλληλο που δεν ανήκει σε αυτό το υποδέντρο αυτή τη στιγμή και προτιμά την ίδια γλώσσα προγραμματισμού με τον επικεφαλής της ομάδας. Επιπλέον, αυτός ο υπάλληλος πρέπει να βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με τον άλλο επιλεγμένο υπάλληλο, δηλαδή πρέπει να έχει τον ίδιο αριθμό ανώτερων στην αλυσίδα αναφοράς με την

Anneke. Αν φανταστείτε την ιεραρχία της εταιρείας ως δέντρο, τότε οι δύο υπάλληλοι βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο του δέντρου.

2. Αυτοί οι δύο υπάλληλοι (και μόνο αυτοί) αλλάζουν θέση στην ιεραρχία της εταιρείας. Σημειώστε ότι οι υπάλληλοι που δίνουν αναφορά στους δύο επηρεαζόμενους υπαλλήλους παραμένουν στη θέση τους και απλώς αλλάζουν σε ποιον δίνουν αναφορά. Στο παρακάτω παράδειγμα, με τον υπάλληλο 4 να έχει επιλεγεί ως επικεφαλής της ομάδας, μπορούμε να εναλλάξουμε τους υπαλλήλους 3 και 2 αλλά όχι τους υπαλλήλους 1 και 8.



Βρείτε τον μέγιστο αριθμό υπαλλήλων που μπορείτε να πετύχετε να εργάζονται στο νέο έργο και τον ελάχιστο αριθμό εναλλαγών που απαιτούνται για την επίτευξη αυτού του στόχου.

## Δεδομένα Εισόδου

Η πρώτη γραμμή της εισόδου περιέχει δύο ακέραιους αριθμούς,  $N$  και  $K$ , τον αριθμό των υπαλλήλων της EGOI και τον αριθμό των γλωσσών προγραμματισμού που μπορεί να χρησιμοποιούν οι υπάλληλοι.

Οι υπάλληλοι της EGOI αριθμούνται από 0 έως  $N - 1$ , και η Anneke η διευθύνουσα σύμβουλος έχει αριθμό 0. Η επόμενη γραμμή περιέχει  $N$  ακέραιους  $\ell_i$  με  $0 \leq \ell_i < K$ , τις προτιμώμενες γλώσσες προγραμματισμού των υπαλλήλων.

Οι επόμενες  $N - 1$  γραμμές περιέχουν τη δομή της εταιρείας. Η  $i$ -στή γραμμή περιέχει έναν ακέραιο  $b_i$  με  $0 \leq b_i < N$ , τον άμεσο προϊστάμενο του  $i$ -στού υπαλλήλου. Σημειώστε ότι το  $i$  πηγαίνει από 1 έως  $N - 1$  (συμπεριλαμβανομένου), καθώς η Anneke, η διευθύνουσα σύμβουλος, δεν έχει προϊστάμενο.

## Δεδομένα Εξόδου

Τυπώστε μια γραμμή με δύο ακέραιους αριθμούς,  $P$  και  $S$ , τον μέγιστο αριθμό των υπαλλήλων που μπορείτε να επιτύχετε (συμπεριλαμβανομένου του επικεφαλής της ομάδας) που εργάζονται στο νέο έργο με οποιονδήποτε αριθμό εναλλαγών και τον ελάχιστο αριθμό εναλλαγών που απαιτούνται για την επίτευξη αυτού του αριθμού.

## Περιορισμοί και Βαθμολόγηση

- $1 \leq N \leq 10^5$ .
- $1 \leq K \leq N$ .

Η λύση σας θα δοκιμαστεί σε ένα σύνολο ομάδων δοκιμών (test groups), καθεμία από τις οποίες παίρνει κάποιους βαθμούς. Κάθε ομάδα δοκιμών περιέχει ένα σύνολο δοκιμαστικών περιπτώσεων (test cases). Για να λάβετε τους βαθμούς για μια ομάδα δοκιμών, πρέπει να επιλύσετε όλες τις δοκιμαστικές περιπτώσεις της ομάδας δοκιμών.

Ομάδα	Βαθμολογία	Περιορισμοί
1	12	Ο άμεσος προϊστάμενος του υπάλληλου $i$ είναι $i - 1$ για όλα τα $1 \leq i < N$ .
2	19	$K \leq 2$
3	27	Για κάθε γλώσσα προγραμματισμού, υπάρχουν το πολύ 10 εργαζόμενοι που την προτιμούν
4	23	$N \leq 2\,000$
5	19	Χωρίς επιπλέον περιορισμούς

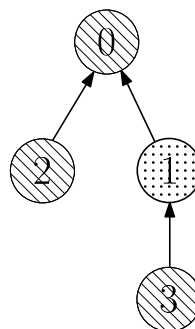
## Παραδείγματα

Στα δύο πρώτα δείγματα, η δομή της εταιρείας έχει την ακόλουθη μορφή, όπου το μοτίβο κωδικοποιεί τη γλώσσα προγραμματισμού (0 = «striped», 1 = «dotted», 2 = «plain»):

Graph for example 1



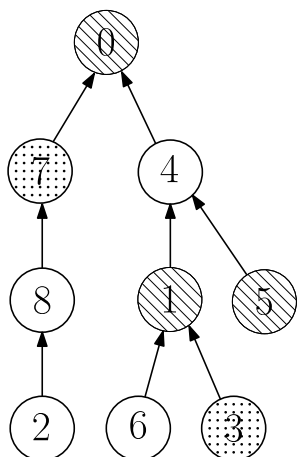
Graph for example 2



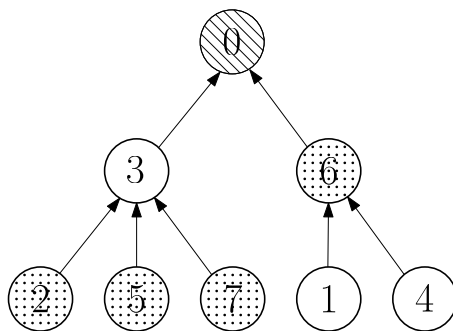
Στο παράδειγμα 1, μπορούμε να επιλέξουμε τον υπάλληλο 1 ως επικεφαλής της ομάδας με τον υπάλληλο 4 να προτιμά την ίδια γλώσσα προγραμματισμού και δεν υπάρχουν πιθανές αλλαγές

για να το βελτιώσουμε αυτό. Στο παράδειγμα 2, η πλήρης εταιρεία έχει 3 υπαλλήλους που προτιμούν τη γλώσσα 0 η οποία είναι και η γλώσσα που προτιμά η Anneke, οπότε η επιλογή της Anneke ως επικεφαλής της ομάδας δίνει μια ομάδα μεγέθους 3 χωρίς να απαιτούνται εναλλαγές.

Graph for example 3



Graph for example 4



Στο παράδειγμα 3, επιλέγουμε τον υπάλληλο 4 ως επικεφαλής της ομάδας και στη συνέχεια μπορούμε να βάλουμε τους υπαλλήλους 1 & 8 και 2 & 3 να αλλάξουν ομάδες ώστε να έχουμε συνολικά 4 υπαλλήλους που προτιμούν την ίδια γλώσσα με τον 4, δηλαδή τη γλώσσα 2 (απλή). Στο παράδειγμα 4, η μέγιστη βαθμολογία μπορεί να επιτευχθεί επιλέγοντας τον υπάλληλο 6 ως επικεφαλής της ομάδας και αλλάζοντας τους υπαλλήλους 4 & 7 και 1 & 5. Προσέξτε ότι δεν μπορούμε να αλλάξουμε τους υπαλλήλους 6 & 3 πριν επιλέξουμε τον επικεφαλής της ομάδας για να πάρουμε σκορ 4, επειδή πρέπει πρώτα να καθορίσουμε τον επικεφαλής της ομάδας.

Input	Output
<pre> 5 3 0 1 2 2 1 0 1 2 3 </pre>	<pre> 2 0 </pre>
<pre> 4 2 0 1 0 0 0 0 1 </pre>	<pre> 3 0 </pre>
<pre> 9 3 0 0 2 1 2 0 2 1 2 4 8 1 0 4 1 0 7 </pre>	<pre> 4 2 </pre>
<pre> 8 3 0 2 1 2 2 1 1 1 6 3 0 6 3 0 3 </pre>	<pre> 3 2 </pre>